

# ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,  
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun  
Ecole Supérieure des Industries du Textile et de l'Habillement  
ESITH

## Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées Session 2010

### ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

**Filière MP**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde  
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages.  
L'usage de la calculatrice est autorisé.**

*On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*

## Utilisation de l'énergie solaire

Le problème propose l'étude de quelques aspects de l'utilisation de l'énergie solaire. Les deux premières parties traitent le fonctionnement d'un capteur solaire plan destiné à produire de l'eau chaude sanitaire. La troisième partie, totalement indépendante, traite la conversion d'énergie solaire en électricité au moyen des cellules photovoltaïques.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI).

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Dans les deux premières parties, on se place en régime permanent. Les températures seront alors considérées indépendantes du temps.

### Données numériques

- constante de STEFAN :  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$
- capacité thermique de l'eau :  $C_m = 4,2 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- masse volumique de l'eau :  $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

### 1<sup>ère</sup> partie

#### Bilan thermique dans un capteur solaire plan

On considère un capteur solaire thermique plan constitué d'un absorbeur qui est une plaque métallique, de surface  $S$ , recouverte d'une peinture noire. La paroi absorbante (absorbeur), s'échauffe sous l'effet de l'absorption du rayonnement solaire incident. Une partie de l'énergie thermique est récupérée par la circulation d'eau à un débit massique  $D_m$  (masse d'eau traversant le capteur par unité de temps) qui s'effectue entre la face arrière de l'absorbeur et une paroi parfaitement isolée. Les parties latérales du capteur étant considérées parfaitement isolées. Le schéma de principe d'un capteur solaire plan est donné sur la figure 1.

Une couverture transparente (vitre), de même surface que l'absorbeur, est placée à une distance  $d = 2 \text{ cm}$  en avant de la plaque absorbante. La plaque métallique absorbe intégralement le rayonnement solaire auquel est exposée et le remet suivant une loi de corps noir. On suppose que la couverture est totalement transparente au rayonnement visible et totalement absorbante du rayonnement infrarouge de longueur d'onde supérieure à  $1 \mu\text{m}$  et que le rayonnement solaire n'en contient presque pas au niveau du sol. La couverture est alors considérée comme un corps noir pour des longueurs d'ondes supérieures à  $1 \mu\text{m}$ .

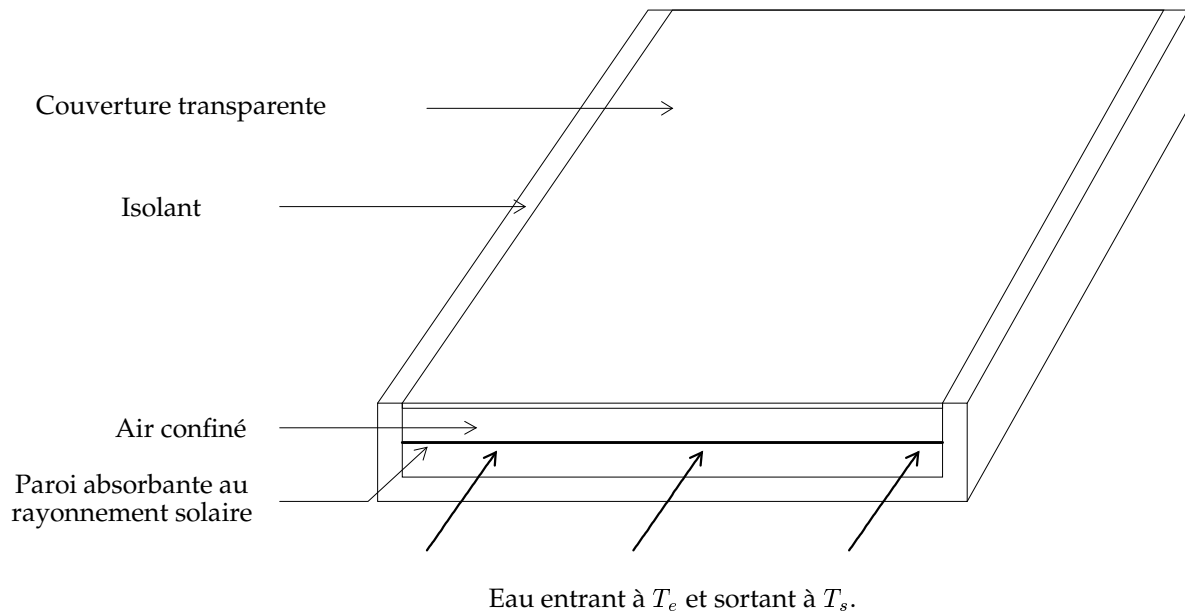


Figure 1: Schéma de principe d'un capteur solaire plan

La température d'entrée de l'eau en écoulement est  $T_e = 290\text{ K}$ , celle en sortie sera notée  $T_s$ . Le fluide subit alors une élévation de température  $T_s - T_e$  à la traversée du capteur. L'air extérieur est à la température  $T_a = 280\text{ K}$ .

L'ensoleillement est pris en compte, au niveau de la surface avant du capteur, par l'intermédiaire du flux solaire surfacique  $E = 800\text{ W.m}^{-2}$ . On note  $\ell$  la largeur de la plaque et  $L$  sa longueur dans le sens d'écoulement du fluide ( $S = L.\ell$ ).

On rappelle que lorsqu'un fluide à la température  $T_2$  s'écoule au contact d'une paroi à la température  $T_1$ , le flux thermique surfacique échangé par la paroi avec le fluide est  $h(T_1 - T_2)$ ;  $h$  étant le coefficient de transfert conducto-convectif.

### 1.1. Préliminaires

**1.1.1.** Définir les deux modes de transfert thermique par conduction et par convection, ainsi que le transfert d'énergie par rayonnement. Donner un exemple pour chaque type de transfert.

**1.1.2.** La longueur d'onde  $\lambda_m$ , pour laquelle la densité spectrale d'un rayonnement à l'équilibre thermique est maximum, est reliée à la température  $T$  à l'équilibre par la loi :

$$\lambda_m T = 2898\text{ }\mu\text{m.K}$$

Comment s'appelle cette loi ?

**1.1.3.** Les températures mises en jeu dans le capteur sont de l'ordre de  $300\text{ K}$ .

**1.1.3.1.** Déterminer la longueur d'onde  $\lambda_m$  correspondante au maximum du spectre du rayonnement d'équilibre avec un corps noir à cette température.

**1.1.3.2.** Comment se comporte la couverture en vitre vis à vis de ce rayonnement ?

**1.1.4.** Définir la notion de corps noir.

**1.1.5.** Expliquer à quoi correspondent  $\phi$  et  $T$  dans la loi de STEFAN :  $\phi = \sigma T^4$ .

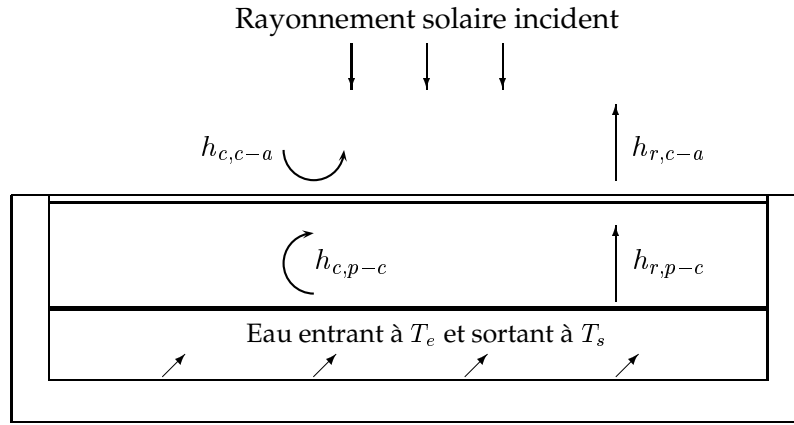


Figure 2: Flux thermiques échangés dans le capteur plan.

## 1.2. Bilan thermique global du capteur

On admet qu'en régime permanent le flux thermique stocké dans le capteur est négligeable. On notera  $\phi_a$  la puissance thermique absorbée par le capteur,  $\phi_u$  la puissance thermique utile c.à.d. celle récupérée par le fluide et  $\phi_p$  la puissance thermique perdue par le capteur.

1.2.1. Écrire la relation liant  $\phi_a$ ,  $\phi_u$  et  $\phi_p$  et qui traduit le bilan thermique du capteur.

1.2.2. Écrire la puissance absorbée par le capteur en fonction de l'éclairement solaire au niveau du sol  $E$  et de la surface  $S$ .

1.2.3. Le fluide ne subit pas de changement d'état. Écrire l'expression de la puissance thermique utile en fonction des températures d'entrée  $T_e$  et de sortie  $T_s$ , du débit massique  $D_m$  et de la capacité calorifique massique  $C_m$  du fluide. En déduire la relation suivante :

$$E.S = D_m C_m (T_s - T_e) + \phi_p \quad (1)$$

## 1.3. Estimation des pertes thermiques du capteur

Les échanges thermiques par convection-conduction et par rayonnement entre le capteur et l'extérieur peuvent être schématisés comme indiqué sur la figure 2.

Par souci de simplification, on suppose que la paroi absorbante est portée à la température moyenne  $T_{pm}$ . L'air emprisonné entre la vitre et la plaque est immobile, sa conductivité thermique est  $\lambda = 0,025 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . On néglige le phénomène de conduction thermique dans la vitre (couverture transparente) dont la température est supposée uniforme et égale à  $T$ . Les échanges thermiques conducto-convectif entre la couverture et l'air extérieur sont pris en compte par l'intermédiaire d'un coefficient global  $h_{c,c-a} = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

### 1.3.1. Pertes par convection-conduction

1.3.1.1. Rappeler la loi de FOURIER relative à la conduction thermique dans un milieu matériel siège d'un gradient de température.

1.3.1.2. Écrire l'expression du flux thermique  $\phi_{c,p-c}$  échangé par conduction entre la paroi absorbante et la couverture.

1.3.1.3. Montrer que l'expression précédente peut être écrite sous la forme approchée suivante :

$$\phi_{c,p-c} \simeq h_{c,p-c} (T_{pm} - T_c).S$$

Donner l'expression de  $h_{c,p-c}$  en fonction de  $\lambda$  et  $d$ .

**1.3.1.4.** Application numérique : calculer  $h_{c,p-c}$ .

**1.3.1.5.** Donner l'expression du flux  $\phi_{c,c-a}$  échangé par convection-conduction entre la couverture et l'air extérieur en fonction de  $h_{c,c-a}$ ,  $T_c$ ,  $T_a$  et  $S$ .

**1.3.2. Pertes par rayonnement**

**1.3.2.1.** Écrire l'expression du flux  $\phi_{r,p-c}$  échangé par rayonnement entre la paroi absorbante et la couverture transparente en fonction de  $T_{pm}$ ,  $T_c$ ,  $S$  et la constante de STEFAN  $\sigma$ .

Les températures de la paroi absorbante et de la couverture transparente sont assez proches et l'écart ( $T_{pm} - T_c$ ) est nettement inférieur à  $T_{pm}$  et à  $T_c$ .

**1.3.2.2.** En linéarisant l'expression de la question précédente, montrer que  $\phi_{r,p-c}$  peut s'écrire sous la forme approchée :

$$\phi_{r,p-c} \simeq h_{r,p-c}(T_{pm} - T_c).S \quad (2)$$

Donner l'expression de  $h_{r,p-c}$  en fonction de  $T_{pm}$  et de  $\sigma$ .

Le flux surfacique rayonné par le ciel et l'atmosphère vers la terre peut être calculé par :  $W = \epsilon_a \cdot \sigma \cdot T_a^4$ ;  $\epsilon_a$  étant l'émissivité de l'atmosphère, elle est donnée en fonction de la température de l'air ambiant par l'expression :

$$\epsilon_a = 1 - 0.261 \exp(-7,77 \cdot 10^{-4} \cdot (T_a - 273)^2)$$

**1.3.2.3.** Déterminer la valeur de  $\epsilon_a$ .

**1.3.2.4.** Écrire l'expression du flux  $\phi_{r,c-a}$  échangé par rayonnement entre la couverture transparente et l'air extérieur en fonction de  $T_c$ ,  $T_a$ ,  $S$ ,  $\sigma$  et  $\epsilon_a$ .

**1.3.2.5.** Écrire l'expression du flux précédent sous la forme :

$$\phi_{r,c-a} \simeq h_{r,c-a}(T_c - T_a).S$$

Donner l'expression de  $h_{r,c-a}$  en fonction de  $\sigma$ ,  $\epsilon_a$ ,  $T_c$  et  $T_a$ . On posera :  $h_0 = 4\sigma T_a^3$ .

**1.3.3. Flux total perdu**

L'élément extracteur de l'énergie solaire est la paroi absorbante. Le flux total perdu par le capteur  $\phi_p$  peut être alors ramené en un flux perdu par cette paroi.

**1.3.3.1.** Écrire l'expression du flux thermique total perdu par la paroi  $\phi_p$  en fonction de  $\phi_{c,p-c}$  et  $\phi_{r,p-c}$ , puis en fonction de  $h_{c,p-c}$ ,  $h_{r,p-c}$ ,  $T_{pm}$ ,  $T$  et  $S$ .

**1.3.3.2.** Écrire le bilan thermique de la couverture transparente.

**1.3.3.3.** En déduire que sa température  $T_c$  s'écrit sous la forme :

$$T_c = \frac{(h_0 + h_{c,c-a})T_a + (h_{r,p-c} + h_{c,p-c})T_{pm} - \sigma T_a^4(1 - \epsilon_a)}{h_0 + h_{c,c-a} + h_{r,p-c} + h_{c,p-c}} \quad (3)$$

**1.3.3.4.** Montrer que le flux thermique total perdu par la paroi peut s'écrire sous la forme :

$$\phi_p = h_p(T_{pm} - T_a)S \quad (4)$$

Donner l'expression de  $h_p$  en fonction de  $h_{c,p-c}$ ,  $h_{r,p-c}$ ,  $h_{c,c-a}$  et  $h_{r,c-a}$

**2<sup>ème</sup> partie****Conditions de fonctionnement d'un capteur solaire**

On se place ici dans le cas de figure où l'on dispose d'un capteur solaire plan dont on connaît les dimensions et les propriétés thermiques des différents éléments constitutifs. Le problème est de déterminer son rendement  $\eta$  dans des conditions météorologiques données. Les inconnues du problème sont :  $T_{pm}$ ,  $T_c$ ,  $h_p$  et  $\eta$ .

On s'intéresse à la récupération directe de l'eau chaude sanitaire du capteur avec un débit massique  $D_m$  de 5 litres par minute et on prendra dans cette partie :  $\ell = 1 \text{ m}$  et  $L = 10 \text{ m}$ .

**2.1. Profil de température dans le sens de l'écoulement du fluide**

Notons  $T(x)$  la température de la paroi au niveau de l'abscisse  $x$ , mesurée le long de la direction de l'écoulement ( $0 \leq x \leq L$ ), et  $d\phi_u$  le flux élémentaire cédé par la paroi absorbante à la tranche de fluide située entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ . On suppose que l'écoulement est assez lent de manière à considérer que le fluide soit en équilibre thermique local avec la paroi et que sa température soit uniforme sur une section transversale.

**2.1.1.** En utilisant l'expression établie dans la question 1.2.2. et la relation (4), déterminer les expressions de la puissance absorbée et de la puissance perdue par l'élément de surface  $dS = \ell \cdot dx$  du capteur et qui est situé entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ .

**2.1.2.** Déterminer l'expression de la puissance utile  $d\phi_u$  transmise au fluide lors de son passage dans la tranche du capteur située entre  $x$  et  $x + dx$ .

**2.1.3.** En effectuant le bilan thermique sur la portion de fluide située entre  $x$  et  $x + dx$ , montrer que  $T(x)$  satisfait à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT(x)}{dx} + \frac{h_p \ell}{D_m C_m} (T(x) - T_a) = \frac{E \ell}{D_m C_m} \quad (5)$$

**2.1.4.** Déterminer le profil de température  $T(x)$  de la plaque absorbante le long de la direction de l'écoulement du fluide. Déterminer la longueur caractéristique  $\delta$  des variations de la température en fonction de  $D_m, C_m, h_p$  et  $\ell$ . Tracer l'allure de la courbe  $T(x)$ .

**2.1.5.** Établir l'expression de la température moyenne de la plaque  $T_{pm}$ .

**2.1.6.** Montrer que la température de sortie du fluide  $T_s$  s'écrit sous la forme :

$$T_s = T_a + \frac{E}{h_p} + \left( T_c - T_a - \frac{E}{h_p} \right) \exp \left( -\frac{L}{\delta} \right) \quad (6)$$

**2.2. Calcul du rendement global**

La température moyenne de la plaque absorbante  $T_{pm}$  est déterminée par une méthode itérative. On prendra :  $T_{pm} = 300 \text{ K}$ .

**2.2.1.** Calculer les valeurs numériques de  $h_{r,p-c}$  introduite dans la relation (2), et de  $T$ . En déduire la valeur de  $h_p$ .

**2.2.2.** Déterminer la valeur numérique de la température  $T_s$  de l'eau à la sortie du capteur.

**2.2.3.** Le rendement du capteur est défini comme étant le rapport de la puissance utile à la puissance absorbée par le capteur :  $\eta = \frac{\phi_u}{E \cdot S}$ .

2.2.3.1. Écrire l'expression du rendement  $\eta$  en fonction de  $D_m, C_m, T_s, T_e, E$  et  $S$ .

2.2.3.2. Calculer le rendement du capteur dans les conditions de fonctionnement citées ci-dessus.

### 2.3. Autres grandeurs caractéristiques

Pour cette section, on prendra :  $h_p = 7,5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

#### 2.3.1. Rayonnement de seuil

L'éclairement solaire  $E$  varie le long de la journée et dépend des conditions climatiques. Pour une valeur  $T_e$  donnée de la température d'entrée dans le capteur, le fluide ne reçoit effectivement de l'énergie thermique que si  $E$  dépasse une valeur limite  $E_s$  appelée rayonnement de seuil.

2.3.1.1. Donner l'expression de  $E_s$  en fonction de  $h_p, T_e$  et  $T_a$ . Calculer la valeur numérique de  $E_s$ .

2.3.1.2. Pour avoir des capteurs plus performants, doit-on chercher à obtenir un rayonnement de seuil le plus faible ou plutôt le plus grand possible ?

#### 2.3.2. Température limite

Si pour un éclairement solaire  $E$  donné le débit du fluide s'annule, la température moyenne  $T_{pm}$  de la paroi absorbante va augmenter jusqu'à atteindre une valeur d'équilibre appelée température limite  $T_{pl}$ .

2.3.2.1. Déterminer l'expression de  $T_{pl}$  en fonction de  $E, T_a$  et  $h_p$ .

2.3.2.2. Afin d'éviter tout risque de dégradation du capteur, il faut considérer le comportement des matériaux utilisés à la température limite de fonctionnement correspondant à l'éclairement solaire maximum ( $E_m \simeq 1000 \text{ W.m}^{-2}$ ). Déterminer la valeur numérique de la température limite correspondante.

### 2.4. Cas d'un capteur sans vitre

En absence de la couverture transparente, le flux total perdu est toujours donné par l'équation (4) et la température de sortie par l'équation (6). Les échanges entre la paroi absorbante et l'air ambiant sont modélisés par le coefficient de conduction-convection :  $h_c = h_{c,c-a} = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  et le coefficient de rayonnement  $h_r$ . On montre que :

$$h_r = \sigma T_a^3 \left( 4 + \frac{T_a(1 - \epsilon_a)}{T_{pm} - T_a} \right)$$

2.4.1. Montrer que dans ce cas le coefficient global de perte s'écrit sous la forme :  $h_p = h_c + h_r$ .

Une méthode itérative permet de trouver la température moyenne de la plaque absorbante en l'absence de vitre :  $T_{pm} = 297 \text{ K}$ .

2.4.2. Déterminer la nouvelle valeur de  $h_p$ .

2.4.3. Déterminer la nouvelle valeur de la température  $T_s$  de l'eau à la sortie du capteur. Commenter.

2.4.4. En déduire la nouvelle valeur du rendement  $\eta$ . Comparer au cas du capteur avec vitrage. Conclure quant à l'utilisation de la couverture transparente.

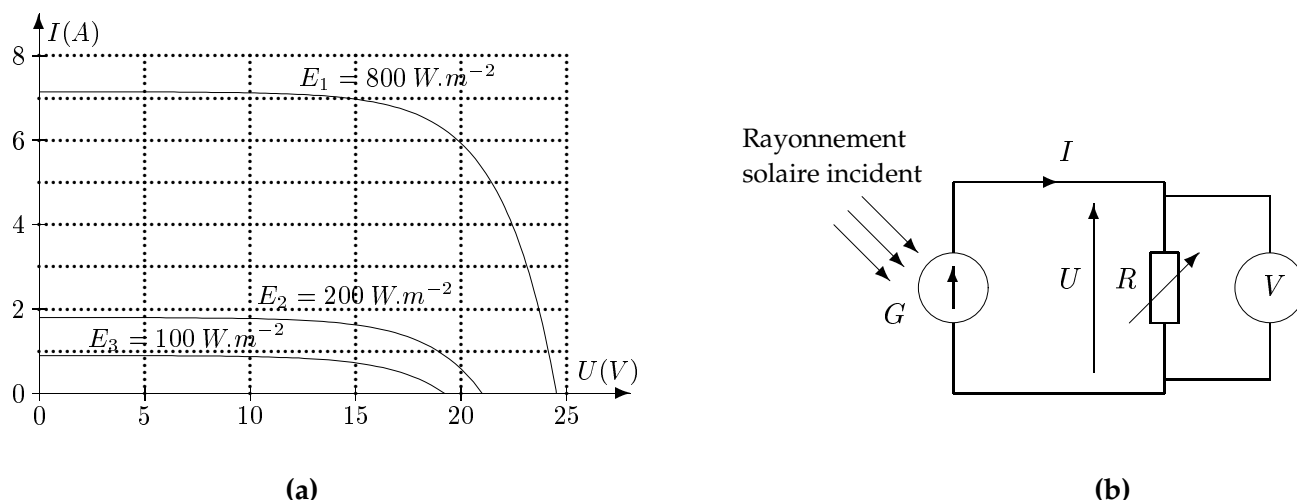


Figure 3: Caractéristiques d'une cellule photovoltaïque à différents éclairements.

### 3<sup>ème</sup> partie

#### Production d'énergie électrique par l'effet photovoltaïque

Une autre utilisation de l'énergie solaire est la production d'énergie électrique par des cellules photovoltaïques.

Les courbes caractéristiques  $I = f(U)$  d'une cellule photovoltaïque  $G$  (ou panneau solaire) sont représentées sur le schéma de la figure 3-a. Ces courbes sont données pour une cellule de surface  $S = 1 \text{ m}^2$  relativement à trois éclairements solaires différents :

- $E_1 = 800 \text{ W.m}^{-2}$  (éclairage solaire maximal)
- $E_2 = 200 \text{ W.m}^{-2}$  (ciel voilé)
- $E_3 = 100 \text{ W.m}^{-2}$  (ciel gris)

Les caractéristiques sont obtenues en utilisant le montage de la figure 3-b où l'on dispose d'une résistance variable étalonnée  $R$  et d'un voltmètre supposé idéal. On complète ces caractéristiques par le tableau donnant les tensions  $U_i$ , pour les différents éclairements  $E_i$ , en fonction de  $R$ .

$R (\Omega)$	$\infty$	80	40	20	15	10	5	3	2	0,5
$U_1 (V)$	24,5	24,3	24,25	24	23,8	23,5	22	17,9	14,2	3,54
$U_2 (V)$	21	20,6	20,1	19	18	15,4	8,6	5,3	3,5	0,88
$U_3 (V)$	19,2	18,5	17,5	14,8	12,5	8,9	4,3	2,64	1,8	0,45

3.1. Montrer que la mesure de la tension  $U$  suffit à établir la courbe caractéristique.

3.2. De quelle puissance électrique maximale peut-on disposer pour chaque éclairement ; donner alors les valeurs de l'intensité  $I_{max}$  et de la tension  $U_{max}$  correspondantes dans chaque cas. On pourra utiliser une solution graphique ou numérique et un résultat comportant deux chiffres numériques suffira.

3.3. Les caractéristiques expérimentales sont bien modélisées par la fonction :

$$I = I_0 \left( \exp \left( \frac{U}{U_0} \right) - 1 \right) + A.E$$



On supposera, ce qu'on vérifiera à posteriori, que les intersections des caractéristiques avec l'axe horizontal correspondent à des valeurs de  $U$  largement supérieures à  $U_0$ .

**3.3.1.** Déterminer les valeurs numériques du courant du court-circuit  $I_{cc}$  correspondantes à chaque éclairement. En déduire la valeur de  $A$ .

**3.3.2.** Déterminer les valeurs numériques de la tension du circuit ouvert  $U_{co}$  correspondantes à chaque éclairement. En déduire les valeurs numériques de  $U_0$  et  $I_0$ .

Pour la suite, on se placera sur la courbe d'éclairement maximal ( $E_1 = 800 \text{ W.m}^{-2}$ ).

### 3.4. Branchement sur une charge

**3.4.1.** Le panneau solaire étant couplé à un ventilateur, assimilé à une résistance de  $22 \Omega$ .

**3.4.1.1.** Déterminer la tension aux bornes du ventilateur et le courant qui le traverse. On précisera avec soin la méthode utilisée.

**3.4.1.2.** En déduire la puissance  $P_v$  reçue par le ventilateur et le rendement correspondant du panneau solaire.

**3.4.2.** On se propose maintenant de charger une batterie  $\{12 \text{ V}, 1 \Omega\}$ . On suppose qu'au début, elle est complètement déchargée.

**3.4.2.1.** Que représentent les deux grandeurs entre accolades ?

**3.4.2.2.** Déterminer le courant qui traverse la batterie, la tension entre ses bornes et la puissance qu'elle reçoit au début de la charge. Comparer cette puissance à la puissance maximale délivrée par le panneau.

**3.4.2.3.** Sur la batterie, on lit qu'elle contient  $8 \text{ Ah}$ . Que représente cette grandeur ?

**3.4.2.4.** Quel est le temps nécessaire pour charger cette batterie ?

### 3.5. Associations de panneaux solaires

On veut construire une centrale solaire pouvant fournir une puissance électrique de  $100 \text{ kW}$ .

**3.5.1.** De quel nombre de cellules élémentaires de  $1 \text{ m}^2$  faut-il disposer si chaque cellule fournit sa puissance maximale ?

**3.5.2.** Si on utilise des branches de  $n_s = 50$  cellules placées en série, de quelle tension pourra-t-on disposer ? On suppose la résistance des connexions négligeables.

**3.5.3.** On met en parallèle  $n_p = 20$  branches identiques constituées de  $n_s$  cellules en série. Quelle sera l'intensité globale qu'on pourra obtenir de l'ensemble ?

**3.5.4.** Quelle est la puissance maximale théorique disponible de cette centrale ? Déterminer alors le rendement de la centrale. Commenter.

**3.5.5.** Quelle est la résistance qui permet d'utiliser cette puissance, c'est-à-dire qui optimise le fonctionnement ? La comparer à celle d'une cellule élémentaire de  $1 \text{ m}^2$ .

FIN DE L'ÉPREUVE